OP2–3

3次元箱詰め問題に対する構築型解法の効率的実現法

川島大貴 † (指導教員：柳浦睦憲 ∗)
† 名古屋大学工学部
∗ 名古屋大学大学院情報科学研究科

1 はじめに

3 次元箱詰め問題は, 複数の直方体を容器に詰め込む問題の総称であり, 様々な種類の問題を含んでいる. 3 次元箱詰め問題の応用として, コンテナへの荷物の積み付け等がある.

本稿では 3 次元箱詰め問題に対して, 2 次元箱詰め問題の解法に用いられる Bottom-Left (BL) 法を 3 次元へ拡張した解法の効率的実現法を提案する. 本稿で提案する手法は, 他の 3 次元箱詰め問題も扱えるが, 本稿では回転を許さない 3 次元ストリップパッキング問題を扱う.

2 3 次元ストリップパッキング問題

3 次元ストリップパッキング問題の入力は, 幅 W と高さ H, 可変長の奥行き D を持つ容器と, 直方体集合 $I = \{1, 2, \ldots, n\}$ であり, 各直方体 $i \in I$ は幅 w_i, 高さ h_i, 奥行き d_i を持つ. 問題の目的は各直方体を重ならないように容器に詰め込み, 容器の奥行きを最小化することである. 配置したときの各直方体 i の座標（頂点の中で最も奥かつ底かつ左の点）を (x_i, y_i, z_i) と表す.

3 アルゴリズム

まず, 一般的に多角形の重なり判定に用いられる no-fit polygon (NFP) の説明を行う. 多角形 P と Q が与えられ, P の配置が固定されているとする. このとき, P と Q が重なりを持つような Q の座標の位置全体を P に対する Q の NFP と呼び, NFP(P,Q)と記す. 同様の考え方を用いることにより, 直方体の重なりを判定する 3 次元に拡張した NFP を作成することができる. 以後, 3 次元に拡張した NFP のことも単に NFP と呼ぶ.

次にこれから使用する用語を定義する. 座標の X, Y, Z は, それぞれ直方体又は容器の幅, 高さ, 奥行き方向に対応する. 配置された直方体の X-Y 平面に水平な 2 つの面のうち, Z 座標が大きい方をその直方体の前面, もう一方を背面と呼ぶ. 一般性を失うことなく, Z 座標が 0 の X-Y 平面が容器の最も奥であるとし, 容器の背面と呼ぶ. また, 既配置の直方体がいくつかあり, 新たな直方体を 1 つ配置することを考える時, 直方体を配置可能な位置の中で, Z 座標が最も小さく, Z 座標が同じなら Y 座標が最も小さく, さらに Y 座標も同じなら X 座標が最も小さい位置を 3 次元上の BL 点又は単に BL 点と呼ぶ.

ある直方体 i を 3 次元における BL 点に配置するときは, i の背面は, 他の直方体の前面又は容器の背面と接しているはずである. つまり, 次に配置する直方体 i は, 既配置の直方体の前面又は容器の背面に i の背面が接する位置の中で配置可能なものの内, Z 座標が最も小さい面に配置される.

以上より, 既配置の直方体の前面及び容器の背面の各々に対して, それらが定める平面上で BL 点を探索すれば良いことが分かる. 既配置の m 個の各直方体に対して i の NFP を作成すると, i の背面が既配置の直方体 j の前面に接するように i を配置するときに i と重複を持ち得る直方体 k は, NFP(k,i) が NFP(j,i)の前面と重複を持つことが容易に示せる. このように i と重複を持ち得る既配置の直方体の数を $l(\leq m)$ とすると, Chien [1] の提案するアルゴリズム Find2D-BL を既配置の直方体の前面又は容器の背面上で使用することにより, $O(l \log l)$ の計算時間で NFP(j,i)の前面の BL 点を見つけることができる. 容器の背面と既配置の直方体の前面の各々に対し, それらの Z 座標の昇順に Find2D-BL を使用し, 初めて見つけた（2 次元の）BL 点が 3 次元における BL 点である.

BL 法とは, 直方体の順列が与えられ, その順列に従って各直方体をその BL 点に配置することを繰り返す方法である. その各反復において上に示したアルゴリズムを用いて BL 点を求め, その位置に直方体を配置することを繰り返すと, n 個の直方体を詰め込むことは $O(n^3 \log n)$ 時間で可能である.

既配置の直方体の前面と容器の背面の中には, 未配置の直方体のいずれも配置できない面がある. このような面を探し出し, 直方体を配置する候補から除外することにより計算時間の向上を考える. 未配置の直方体の集合を $I_p \subseteq I$ と記し, $w_{\min} = \min_{j \in I_p} w_j$, $h_{\min} = \min_{j \in I_p} h_j$, $d_{\min} = \min_{j \in I_p} d_j$ と定義すると, $w_{\min}, h_{\min}, d_{\min}$ を幅, 高さ, 奥行きとして持つ直方体 r は未配置の直方体のいずれよりも小さいか等しい. よって, r を置くことができない直方体の前面と容器の背面には, 未配置の直方体のいずれも配置できないことが結論できる. この性質を利用して無駄な探索を省き, 効率化を図った.

4 計算結果とまとめ

2 次元の長方形詰め込み問題に対する代表的な構築型解法である BL 法は，3 次元箱詰め問題に自然に拡張できる．本研究では，この解法を効率的に実現するアルゴリズムを提案した.

ランダムに生成した直方体数最大 10000 の問題例に対して計算実験を行った. その結果, 単純なアルゴリズムに比べて格段に速い計算時間で解を構築でき, 大規模な問題例に対しても数百秒程度と実用的な時間で解を構築できることが確認できた.

参考文献

[1] Y. Chien: An efficient algorithm for enumerating all bottom-left stable feasible positions and its application to heuristics for rectangle packing, Master Thesis, Graduate School of Information Science, Nagoya University, 2009