MUSIC 法による角度広がりのある到来波の到来角と角度広がりの推定に関する研究

井上 大毅 （指導教員：菊間 信良）
名古屋工業大学 工学部

1 まえがき

近年, 携帯電話や無線 LAN の普及や進化が目覚しく, 基地局の効率的な設置などのために多重波伝搬を適切にモデル化する必要がある． このとき，多重波伝搬構造のモデル化にはアレーアンテナによる電波の到来方向 (DOA:Direction Of Arrival) 推定が重要な技術となる．また, 移動体通信において基地局に到来する電波に対しては, 障害物による反射・回折・散乱が生じる場合，角度広がり (AS:Angular Spread) を考慮する必要がある [2]．レーダにおいてもターゲットが複数の散乱点を持つ場合，到来波は同様の角度広がりをもつ． 本研究では, MUSIC 法を用いて角度広がりをもつ到来波の DOA と AS を簡易に推定することを目的として，計算機シミュレーションを行った．

2 MUSIC 法

アレーアンテナからの入力ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ は, 素子数が K で L 波の到来波（平面波）が $\theta_1, \cdots, \theta_L$ の角度で到来する場合，次のように表される．

$$\boldsymbol{x}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \tag{1}$$

$$\boldsymbol{A} = [\boldsymbol{a}(\theta_1), \cdots, \boldsymbol{a}(\theta_L)] \tag{2}$$

ここで $\boldsymbol{s}(t)$ は信号ベクトル, $\boldsymbol{n}(t)$ は熱雑音ベクトル, $\boldsymbol{a}(\theta)$ はモードベクトル,$\boldsymbol{A}$ は方向行列である．このとき，相関行列 $\boldsymbol{R}_{xx}$ は次式で与えられる．

$$\boldsymbol{R}_{xx} = E[\boldsymbol{x}(t)\boldsymbol{x}^H(t)] = \boldsymbol{A}\boldsymbol{S}\boldsymbol{A}^H + \sigma^2\boldsymbol{I} \tag{3}$$

ただし，$\boldsymbol{S} = E[\boldsymbol{s}(t)\boldsymbol{s}(t)^H]$ であり, σ^2 は内部雑音電力である．この相関行列の固有値問題を解く．得られる固有値は

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq ...\lambda_L \geq \lambda_{L+1} = ... = \lambda_K = \sigma^2$$

であり, 内部雑音電力 σ^2 より大きい固有値の数から到来波数 L を推定する．MUSIC 法では次式の評価関数（角度スペクトラム）

$$P_{MU}(\theta) = \frac{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{a}(\theta)}{\boldsymbol{a}^H(\theta)\boldsymbol{E}_N\boldsymbol{E}_N^H\boldsymbol{a}(\theta)} \tag{4}$$

$$\boldsymbol{E}_N = [\boldsymbol{e}_{L+1}, ..., \boldsymbol{e}_K] \tag{5}$$

の L 個のピークを探すことで到来方向を求める．なお，$\boldsymbol{E}_N$ は，$\lambda_{L+1}, \cdots, \lambda_K$ の固有ベクトルからなり, 雑音部分空間行列と呼ばれる．

次に Unitary MUSIC 法について述べる．ユニタリ変換を入力ベクトル $\boldsymbol{x}(t)$ に対して施せば, モードベクトルは実数値となる．したがって, 相関行列を実数化して固有値展開をしても固有空間の基本構成は変わらない． 相関行列が実数行列であることから固有値展開の際の計算負荷も軽減される．この固有値展開で得られる雑音部分空間行列を $\boldsymbol{E}_{UN}$ とすると，Unitary MUSIC スペクトラムは次のように与えられる．ただし，$\boldsymbol{Q}_K$ はユニタリ変換行列である．

$$P_{UM}(\theta) = \frac{\boldsymbol{d}^T(\theta)\boldsymbol{d}(\theta)}{\boldsymbol{d}^T(\theta)\boldsymbol{E}_{UN}\boldsymbol{E}_{UN}^T\boldsymbol{d}(\theta)} \tag{6}$$

$$\boldsymbol{d}(\theta) = \boldsymbol{Q}_K^H\boldsymbol{a}(\theta) \tag{7}$$

3 角度広がり推定

角度広がりのある波は，複数の素波と呼ばれる波で構成される．複数の素波の集まりを 1 波群とし，素波の広がりを角度広がりとする．1 波の到来波群に対し，信号部分空間の次元（波数設定値）を 2 とし，MUSIC スペクトラムに 2 つのピークをもたせる．そのピーク間の広がりを AS 推定値とし，その 2 つのピークの中心値を DOA 推定値とする．

4 計算機シミュレーションとまとめ

表 1 の条件下で計算機シミュレーションを行った．推定には MUSIC 法と Unitary MUSIC 法を用いた．到来波群はすべて完全相関とした．MUSIC 法と Uniatry MUSIC 法での角度スペクトラムをそれぞれ図 1，図 2 に示す．また，AS 推定結果と DOA 推定結果を表 2 に示す．

表 1: シミュレーション諸元

アレー形状	6 素子半波長等間隔リニアアレー
入力電力（分布）	0dB（ガウス分布）
スナップショット数	50
到来波群数	1
SNR	30dB
到来角	35°
角度広がり	10°
素波数	完全相関波 30 波（すべて同相）

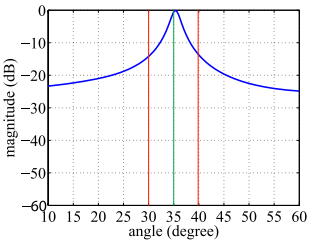

図 1: MUSIC 法

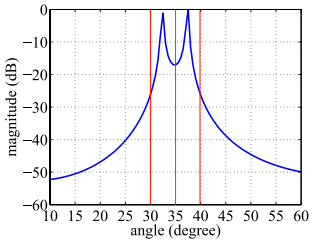

図 2: Unitary MUSIC 法

表 2: 推定結果

推定法	AS 推定	DOA 推定
MUSIC 法	-	35.0°
Unitary MUSIC 法	5.0°	35.0°

表 2 より，DOA については MUSIC 法，Unitary MUSIC 法ともに正確に推定している．しかし，図 1 からわかるように，MUSIC 法による角度スペクトラムでは素波が互いに完全相関である到来波群が 1 波と見なされ，AS を推定できていない．これに対し，図 2 の Uniatry MUSIC 法では Unitary 変換を施したことにより，2 つのピークによって AS が 5.0° として推定されている．しかし，実際の AS が 10° であるので本手法の AS 推定値は正確とは言えない．AS 推定の精度向上が今後の課題である．

参考文献

[1] 菊間信良 ： アダプティブアンテナ技術, オーム社（2003 年 9 月）．

[2] 小川, 他 “ 積分型モードベクトルを用いた微係数拘束付 Capon 法による到来波の角度広がり推定”, 信学論 B, Vol.J92-B, No.6, pp.921-929（2009 年 6 月）．