

BT-3-1

# OFDMと周波数領域等化

名古屋工業大学

岡本 英二

# まえがき

- 本資料では
  - 無線通信システムにおいて
  - 計算機シミュレーションによる解析を行うことを主に想定して解説を行う。

# 目次

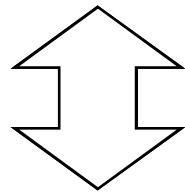
- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- 周波数選択性フェージングとは
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

# 目次

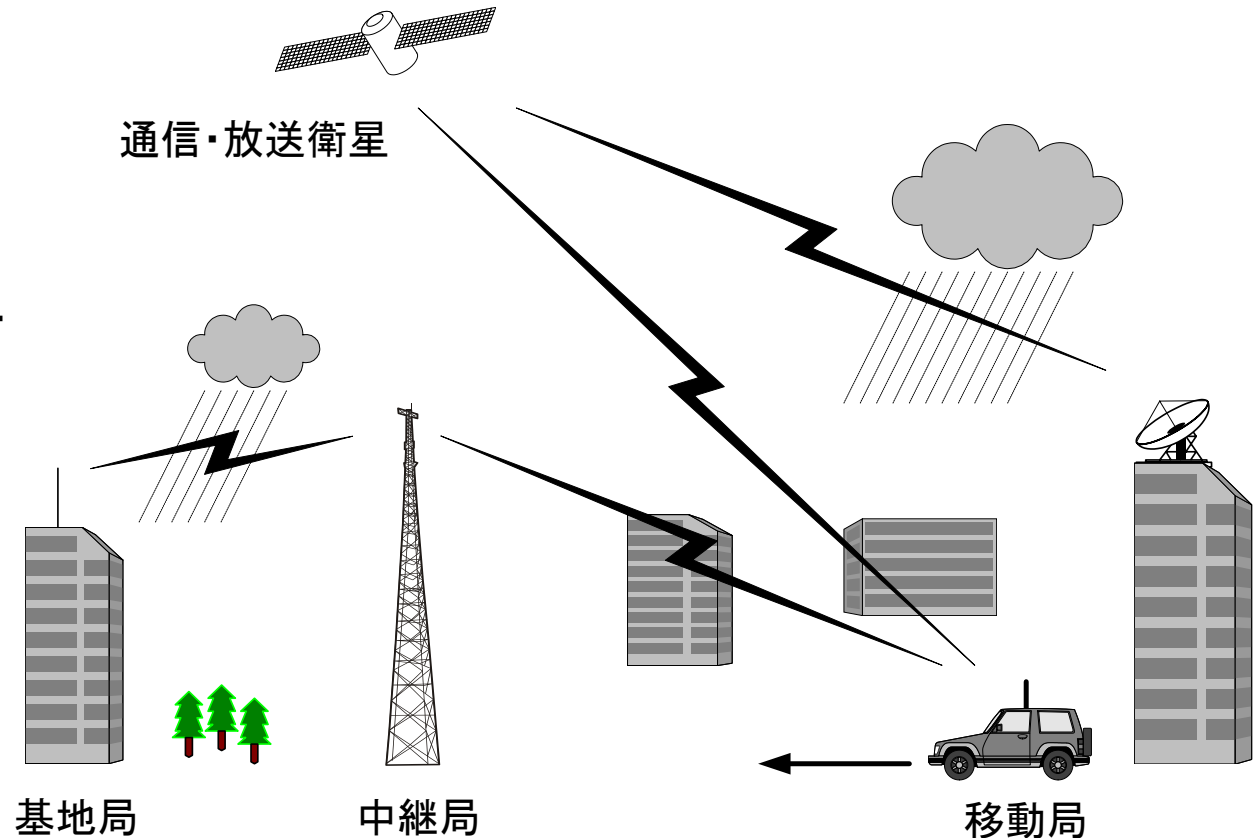
- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- 周波数選択性フェージングとは
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

# 無線通信の利点

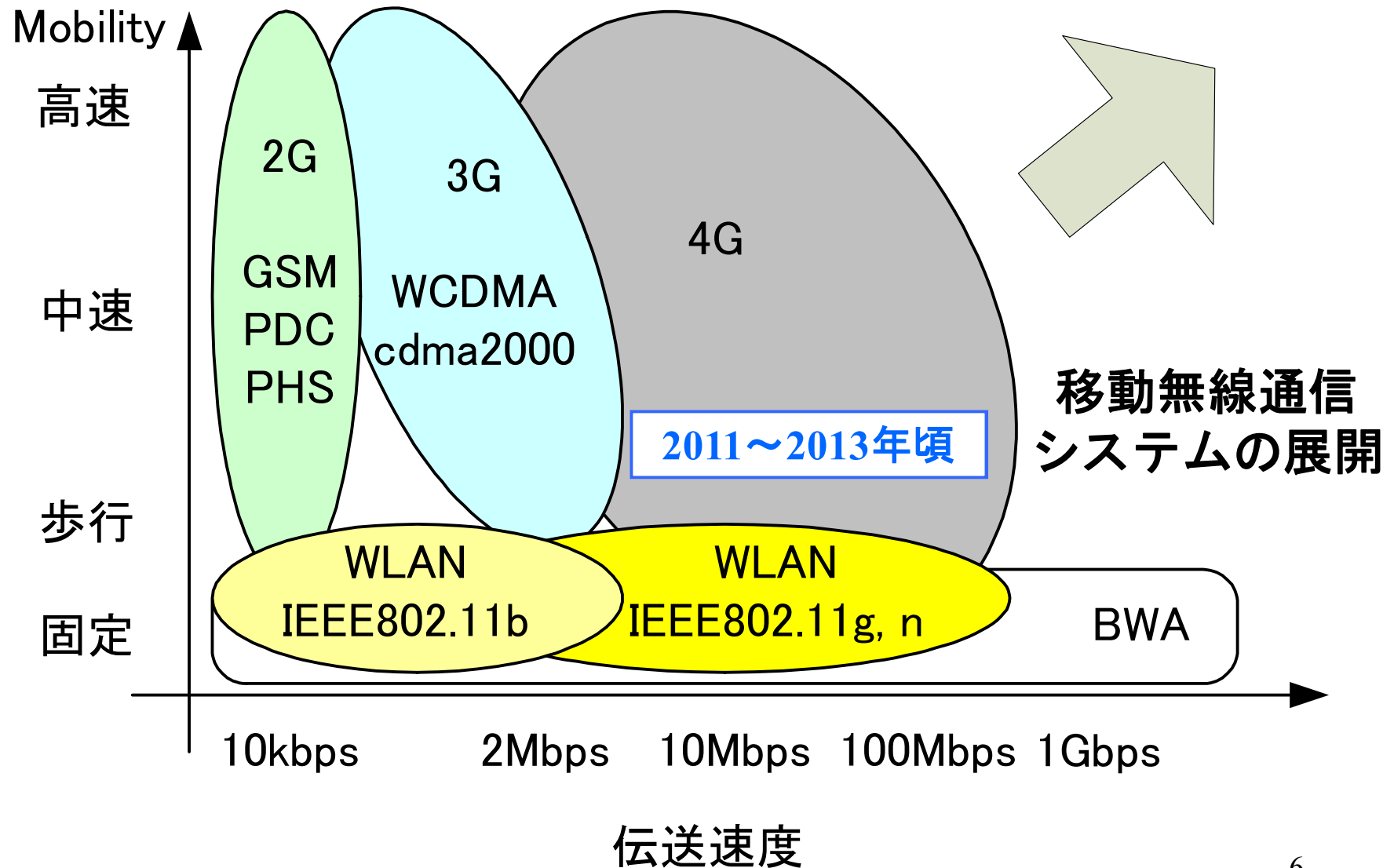
- 通信局が移動できる(**可搬性**)
- 通信線が不要
- 遠くまで届く(衛星通信, 深宇宙通信など)
- **同報性**(地上波放送, 衛星放送など)



- 有線通信: 大容量



# 移動無線システムの需要



# 通信路容量と通信路モデル

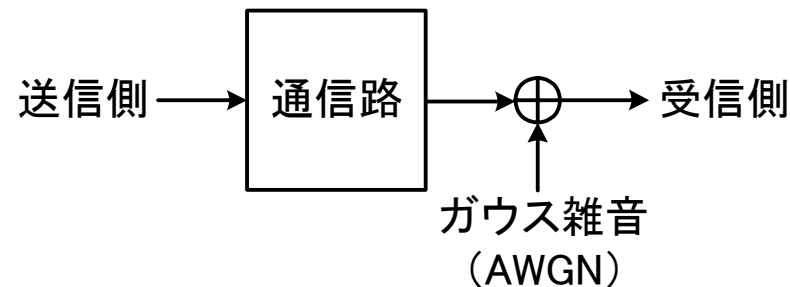
- より高速な伝送の需要

$$C = B \log_2(1 + S / N) \text{ bit/sec}$$

シャノンの  
通信路容量

- B Hz: 帯域, SN比: 電力
- 帯域は容易に広げられない

- 通信路モデル



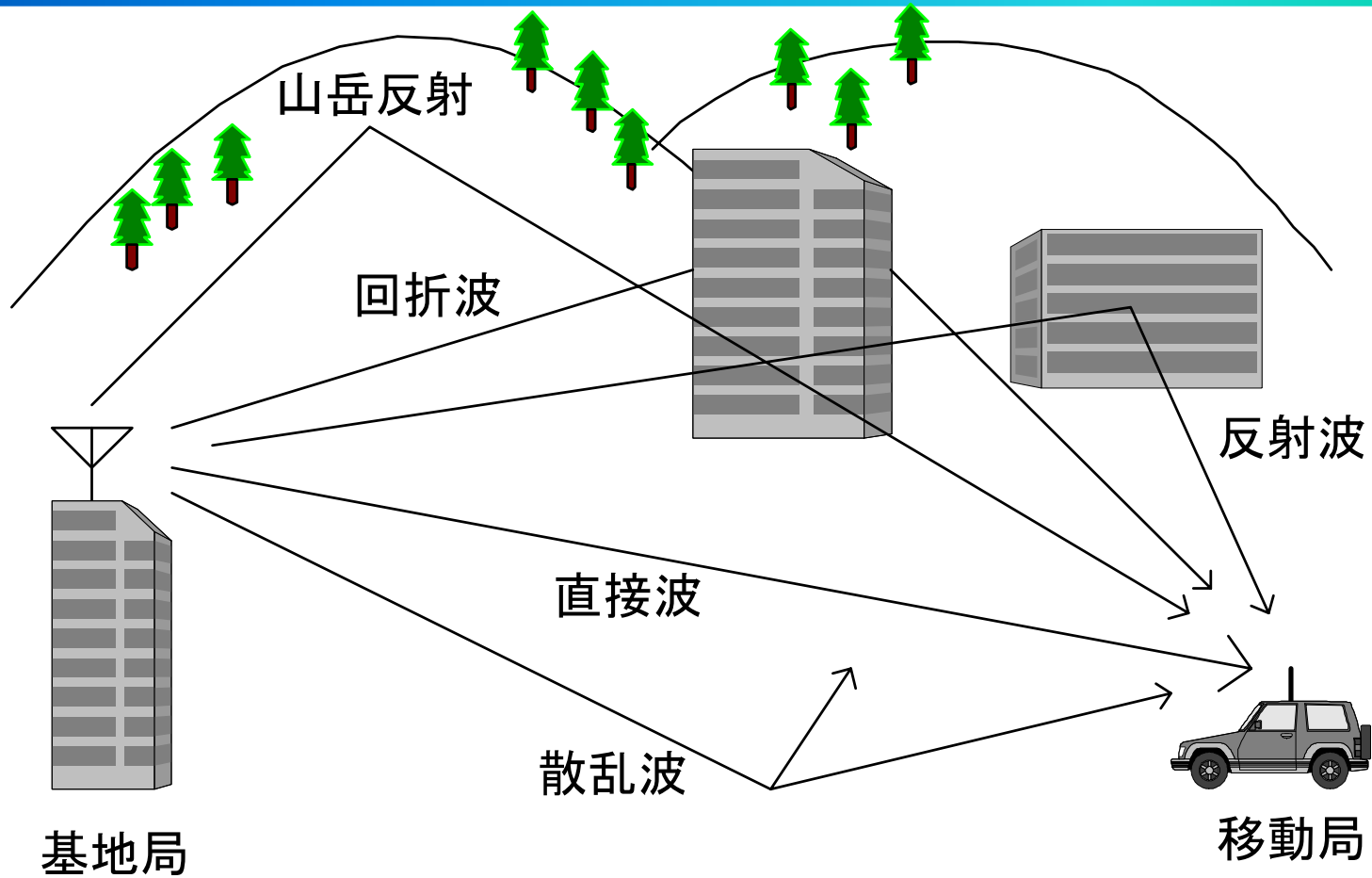
- 無線通信路は変動する→取扱いが大変

# 目次

- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- 周波数選択性フェージングとは
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例



# 伝搬路：マルチパス通信路



- 異なる到着時間
- 異なる到来方向
- 異なるドップラシフト

伝搬路変動の発生

# マルチパスによる3つの選択性

- 場所の選択性

- 多方向からの波を受信することで空間上に定在波ができ、受信場所により受信電力が異なる.

- 時間の選択性

- 異なるドップラーシフトを受けた波を受信することで、受信電力が時間とともに変動する.

- 周波数の選択性

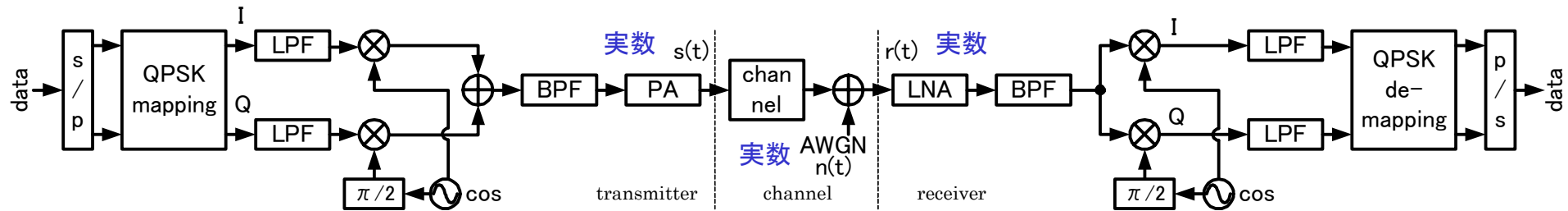
- 異なる受信タイミングの多数の波を受けることで、受信電力が周波数ごとに異なる変動を受ける.

- →多くの場合これら3つは同時に起こるが、通信システム、状況により影響の強い選択性が変わる. →このあと時間、周波数を紹介

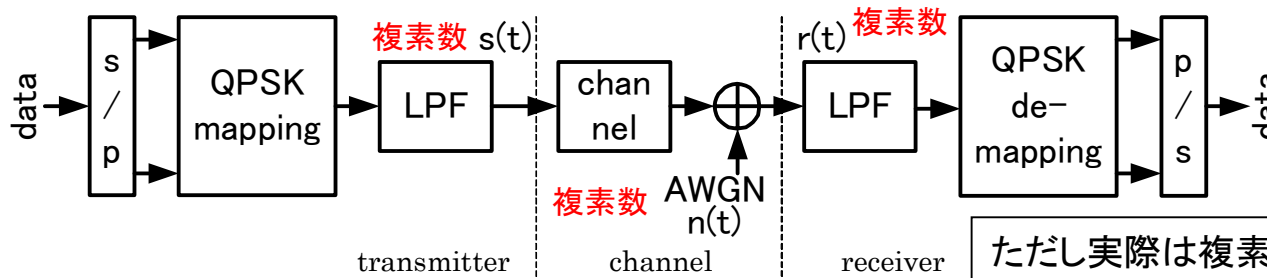
# 等価低域系と帯域系

- 帯域系信号
  - 実数, 扱い大変

より実態に近いが, シミュレーションで1GHzの波1秒を表現するには $10^9$ より多い点が必要



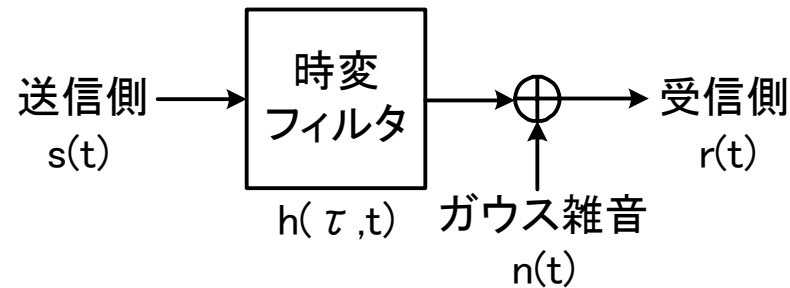
- 等価低域系信号
  - RF完全を仮定, 複素数, 扱い楽



ただし実際は複素数の信号が送信機から出力されるわけではない点に注意

- 以降は等価低域系でのみ考える

# 等価低域系における通信路モデル



$$r(t) = h(\tau, t) \otimes s(t) + n(t)$$

- $h(\tau, t)$ : 伝搬路のインパルス応答, 複素数

–  $\tau$ : 遅延時間

–  $t$ : 時間

この違いは分かりにくい.  
次頁例参照.



これをフーリエ変換すると

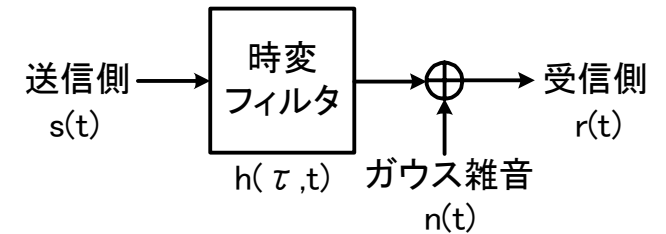
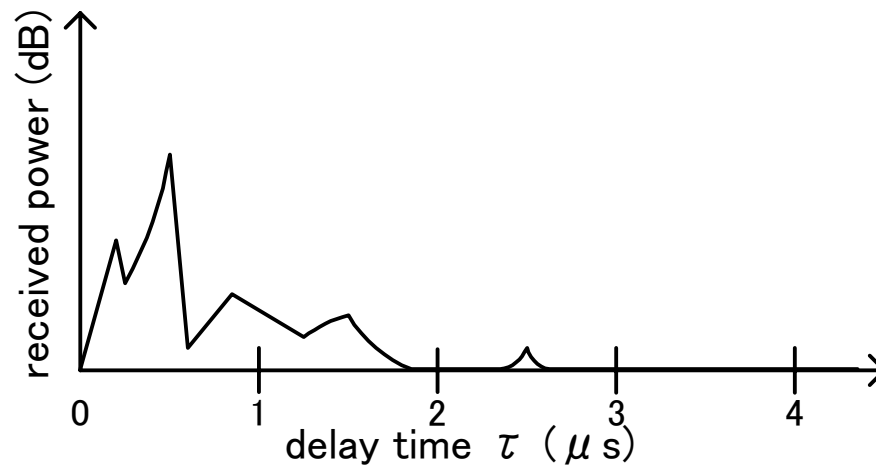
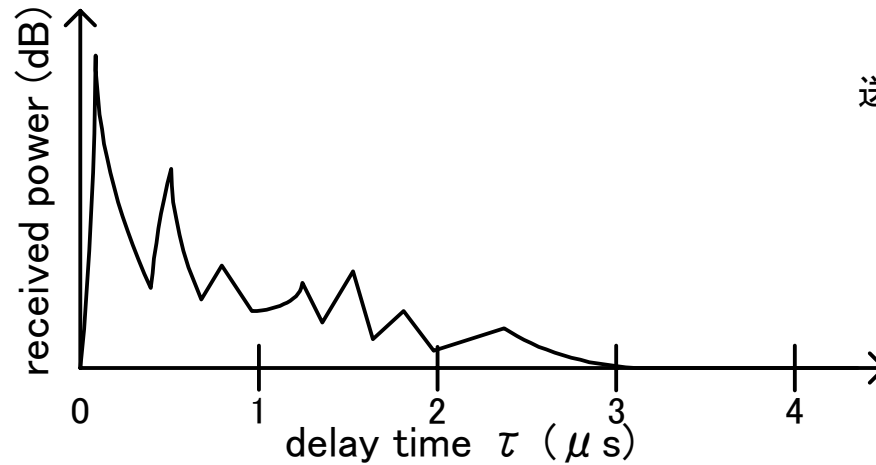
- $H(f, t)$ : 伝搬路の伝達関数, 複素数
- 各成分は統計モデルによりランダムに設定される.

# $h(\tau, t)$ の例

$h(\tau, 0)$



$h(\tau, 1)$



- 時刻 $t$ ごとにインパルス応答の波形が変わる時変フィルタ

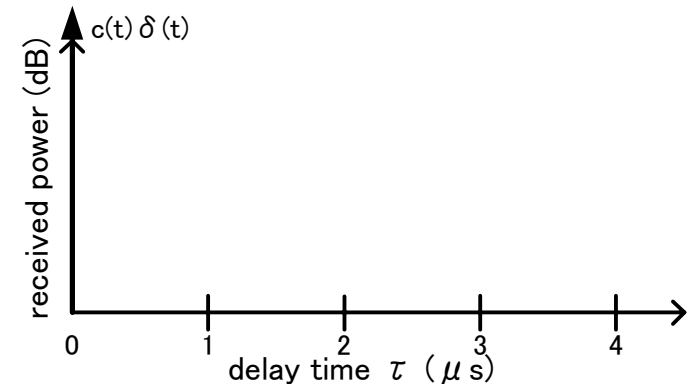
# 目次

- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- **時間選択性フェージング, その補償方法**
- 周波数選択性フェージングとは
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

# 伝搬路でよく起こる選択性モデル1

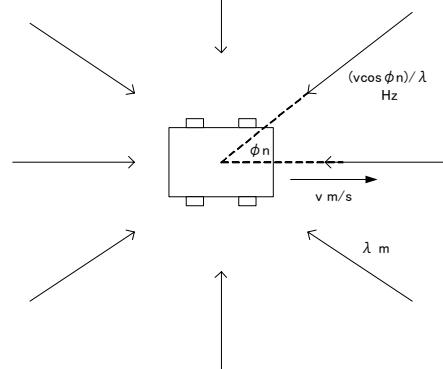
- 時間選択性フェージング

$$h(\tau, t) = c(t)\delta(t)$$



インパルス応答

- Jakesのモデル



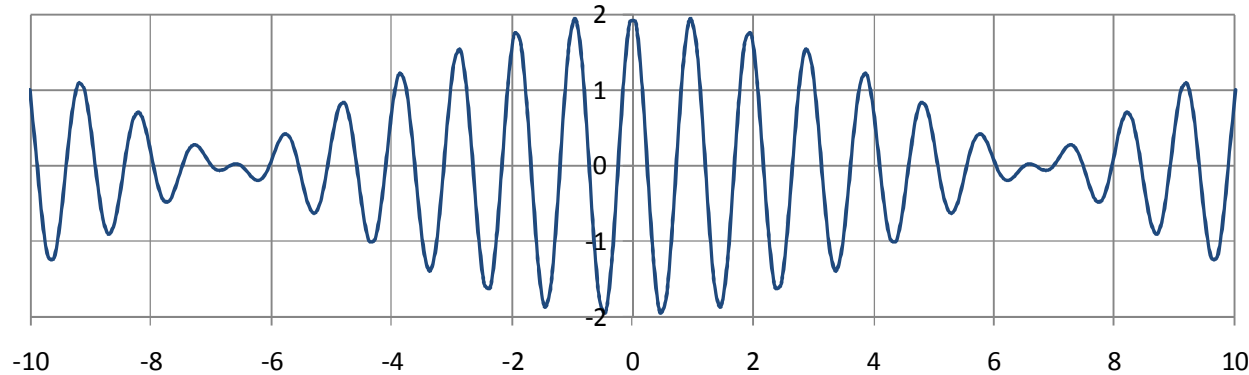
あらゆる方向から同時刻に  
マルチパス波を一様に受信

- 異なるドップラシフトを受けた波が(同時に)受信される場合

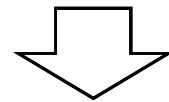
本当は経路長差があるので直接波と同時に到着する遅延波は存在し得ないが、同時刻とみなせるほど小さい場合

# フェーシング波形

- $\cos(2\pi f_0 t) + \cos(2\pi \{f_0 + \Delta f\} t)$

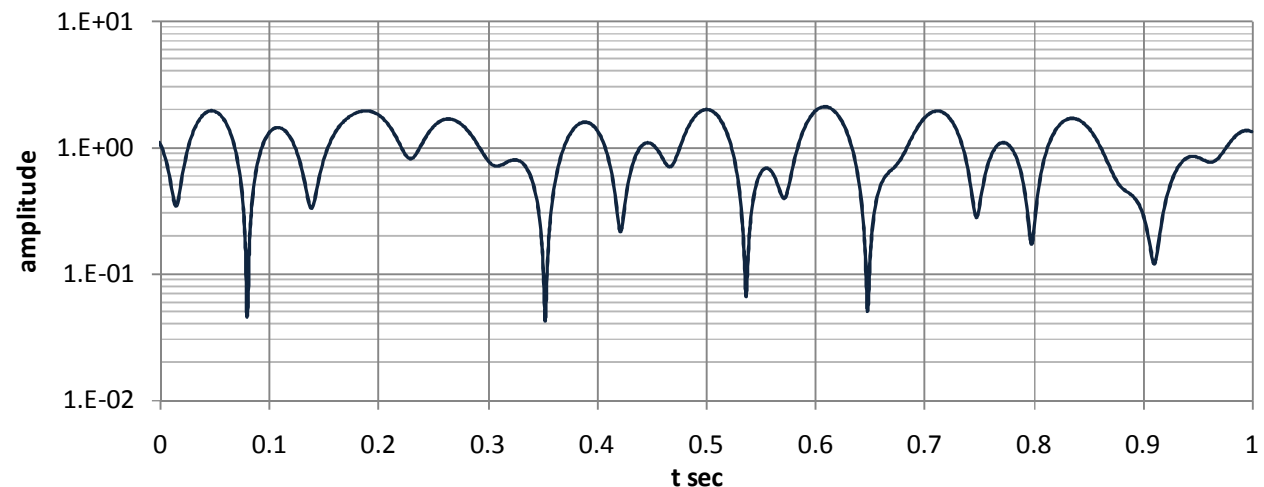


うねり



$f_0=1, \Delta f=0.075$  のとき

- これらが沢山加わると, 不規則変動になる
- $|c(t)|$  の例

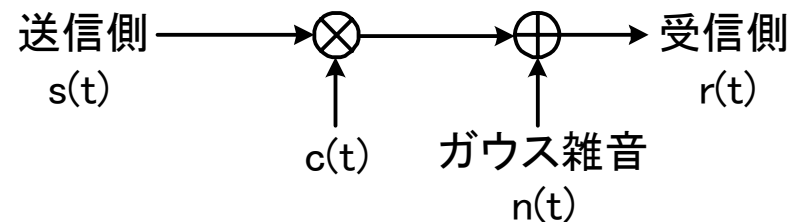




# どんな時に起こる？

- 通信局(送受どちらか or 両方)が移動している時
- 伝送速度が遅い時(後述)

- 時間選択性フェージング通信路の送受信モデル



$$r(t) = c(t)s(t) + n(t)$$

# 時間選択性フェージングの統計モデル

- レイリー分布

- 直接波の受信がない場合の $c(t)$ の振幅分布
- NLOS (non-line-of-sight), 例: 携帯電話

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right) \quad \text{確率密度関数} \quad \begin{array}{l} r : \text{信号の振幅} \\ 2\sigma^2 : \text{信号の平均電力} \end{array}$$

- 位相分布は一様分布

- 仲上・ライス分布

- 直接波の受信がある場合の $c(t)$ の振幅分布
- LOS (line-of-sight), 例: 衛星通信

$$f(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{ar}{\sigma^2}\right) \quad \begin{array}{l} a : \text{直接波の振幅} \\ I_0 : \text{0次変形ベッセル関数} \end{array}$$

確率密度関数

# 最大ドップラー周波数

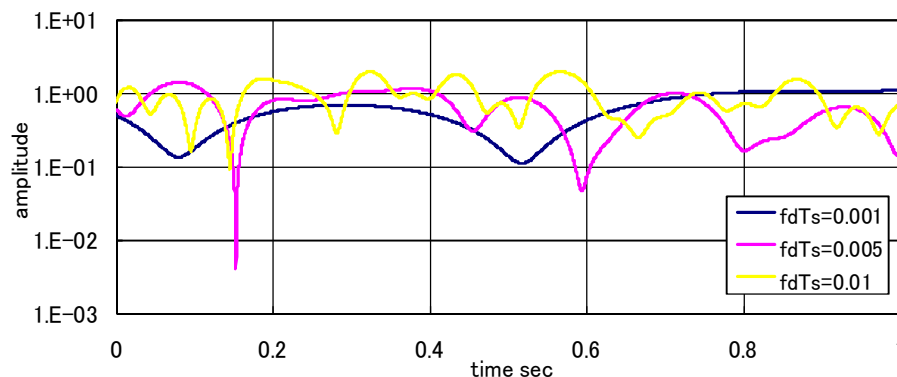
- フェージングの変動の速さを表す変数

最大ドップラー周波数 $f_d$  Hzは端末の移動速度を $v$  m/s,  
搬送波周波数 $f_0$  Hz, 光速を $c$ としたとき

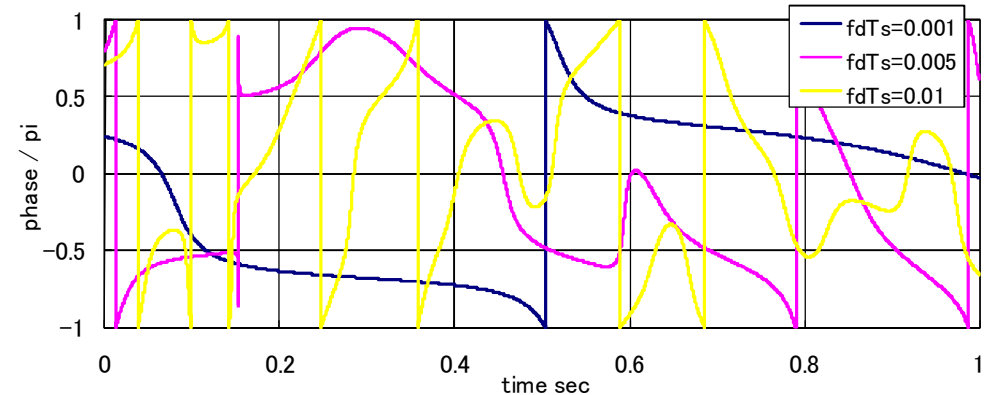
$$f_d = \frac{vf_0}{c}$$

で与えられる. すなわち移動速度と搬送波周波数に比例する.

- $f_d$ に対するレイリーフェージング波形の例



振幅分布



位相分布

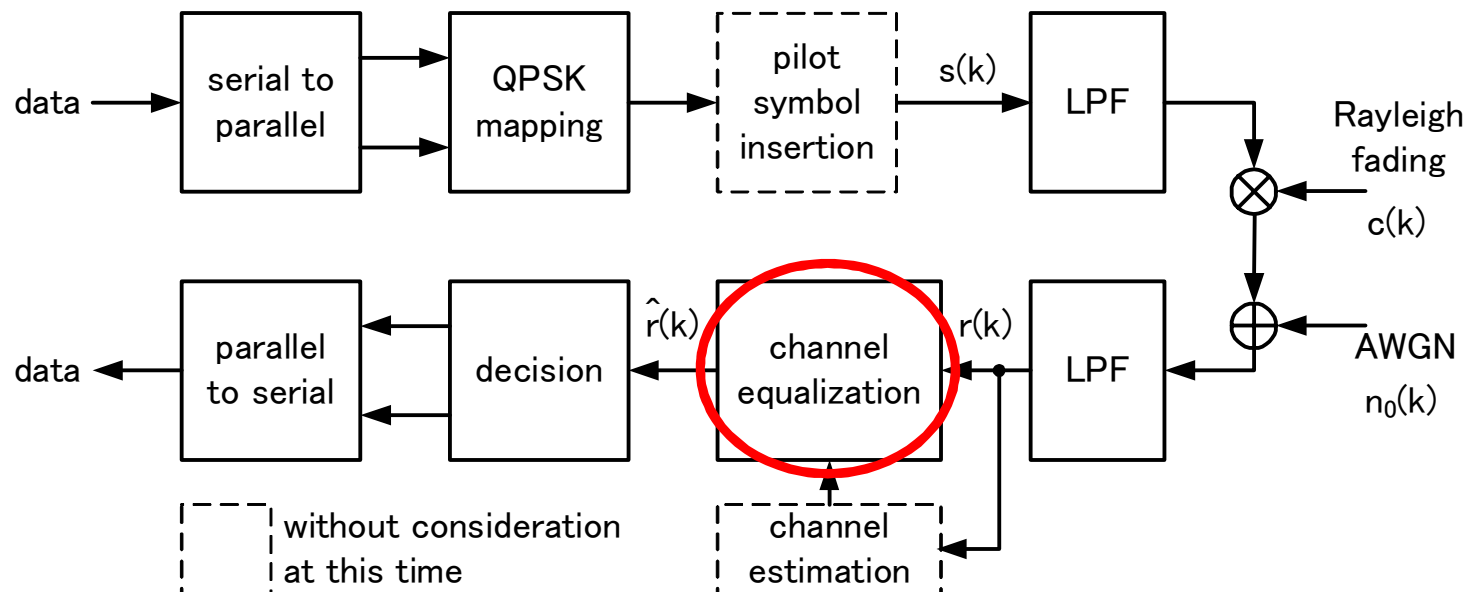
$T_s=0.001$  secのとき  
 $T_s$ : 1シンボル時間

# フェージング補償

- $r(t)$ をそのまま判定すると、振幅も位相も歪んでいるため、正常に復号できない。

$$r(t) = c(t)s(t) + n(t) \quad \Downarrow$$

- フェージングの補償（以降では「等化」と称する）



# 時間選択性フェージングの等化

- 送信側での既知信号（パイロットシンボル）の挿入
- 受信側での $c(t)$ の推定（チャネル推定）
- 時間領域での除算による等化

– ZF基準

$$\hat{r}(k) = \frac{r(k)}{c(k)} = s(k) + \frac{n(k)}{c(k)}$$

$$r(k) = c(k)s(k) + n(k)$$

$s(k)$ : 送信信号     $\sigma^2$ : 雑音電力

$r(k)$ : 受信信号     $k$ : 離散時間

– MMSE基準

$$\hat{r}(k) = r(k) \frac{c^*(k)}{|c(k)|^2 + \sigma^2 / E[|s(k)|^2]}$$

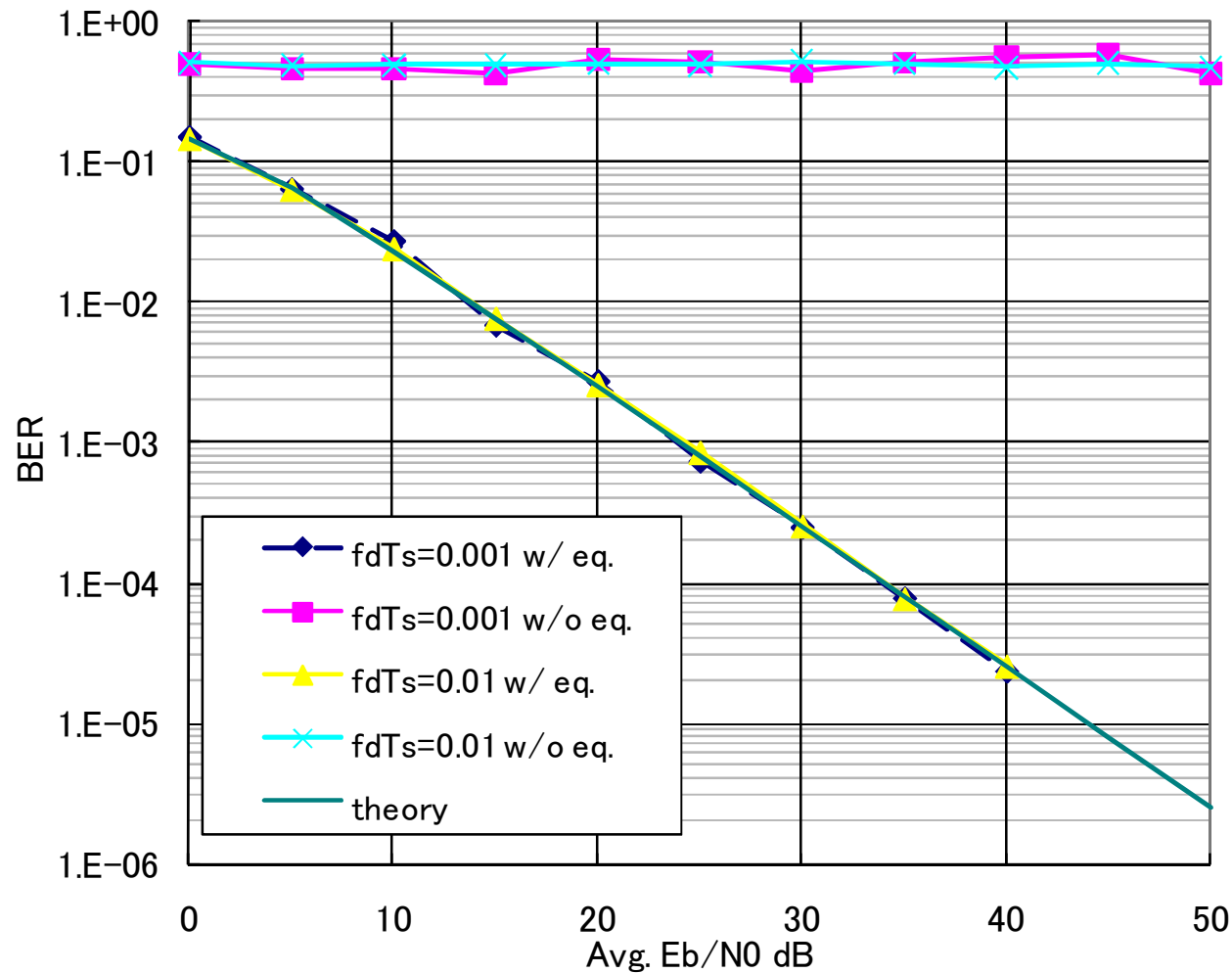
$n(k)$ : 雑音

$\hat{r}(k)$ : 等化後の信号

$c(k)$ : フェージング変動  
(チャネルゲイン)

※ $c(t)$ のスペクトル $C(f)$ の帯域幅は受信LPFの通過帯域に比べて十分狭いものとする。

# ビット誤り率 (BER) 特性



$T_s=0.001$ , QPSK伝送,  
ZF基準,  
チャンネル推定完全

$fdTs$ を正規化ドップラー周波数  
といい伝送速度を収容したフェ  
ーディング変動の速さを示す.

- 等化を行わない場合は正常に復号できない.
- 等化性能はフェーディング速さに依存しない.

# 目次

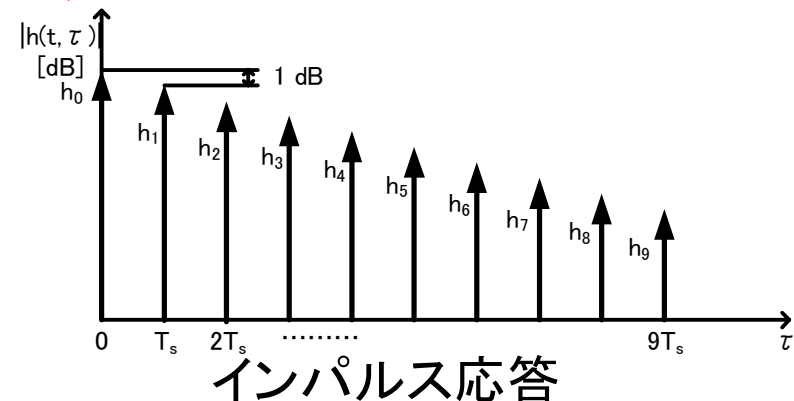
- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- **周波数選択性フェージングとは**
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

# 伝搬路でよく起こる選択性モデル2

- 周波数選択性フェージング

$$H(f, t) = H(f)$$

今まで示したように受信側の遅延プロファイルは連続信号であるが、受信(整合)フィルタ通過、サンプリング後の等価的なインパルス応答が右図のように離散的になる。



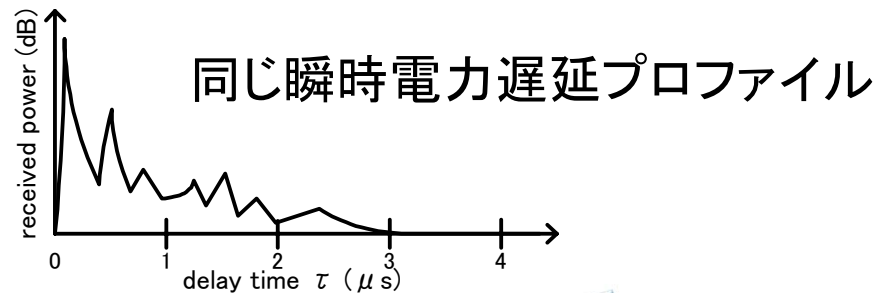
- 時間変動は緩やかであり、ある時間範囲内は一定とみなすことができる。
- 遅延波の遅延時間が無視できないほど大きい場合のモデル



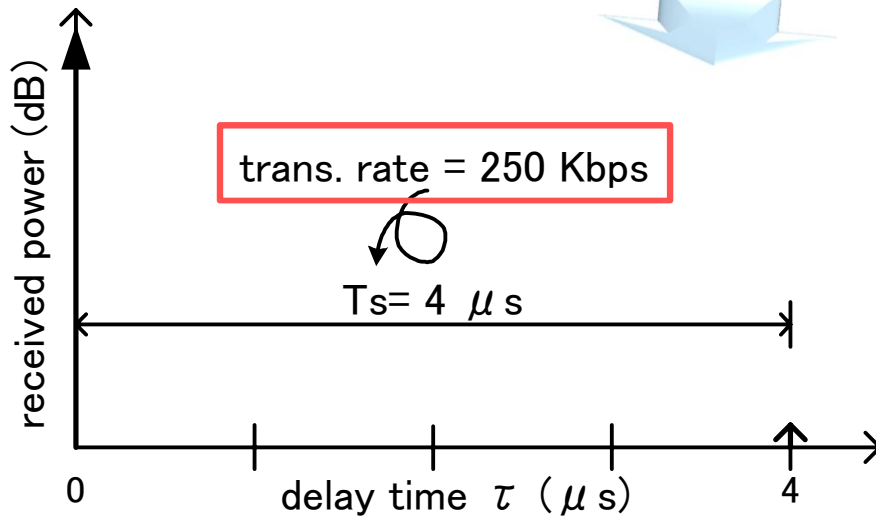
# どんな時に起こる？

- 伝送速度が速い時

- = 1シンボル時間 $T_s$ が短い時

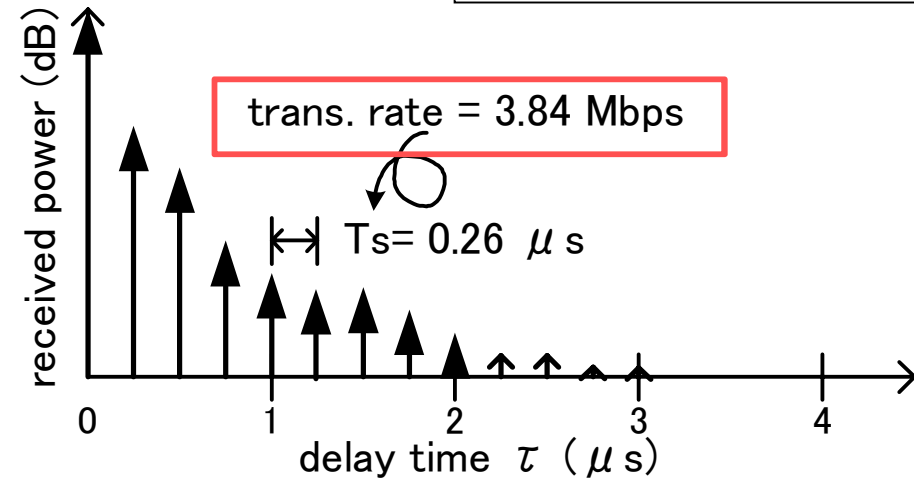


マルチパスの影響は小さくなる



周波数非選択性フェージング

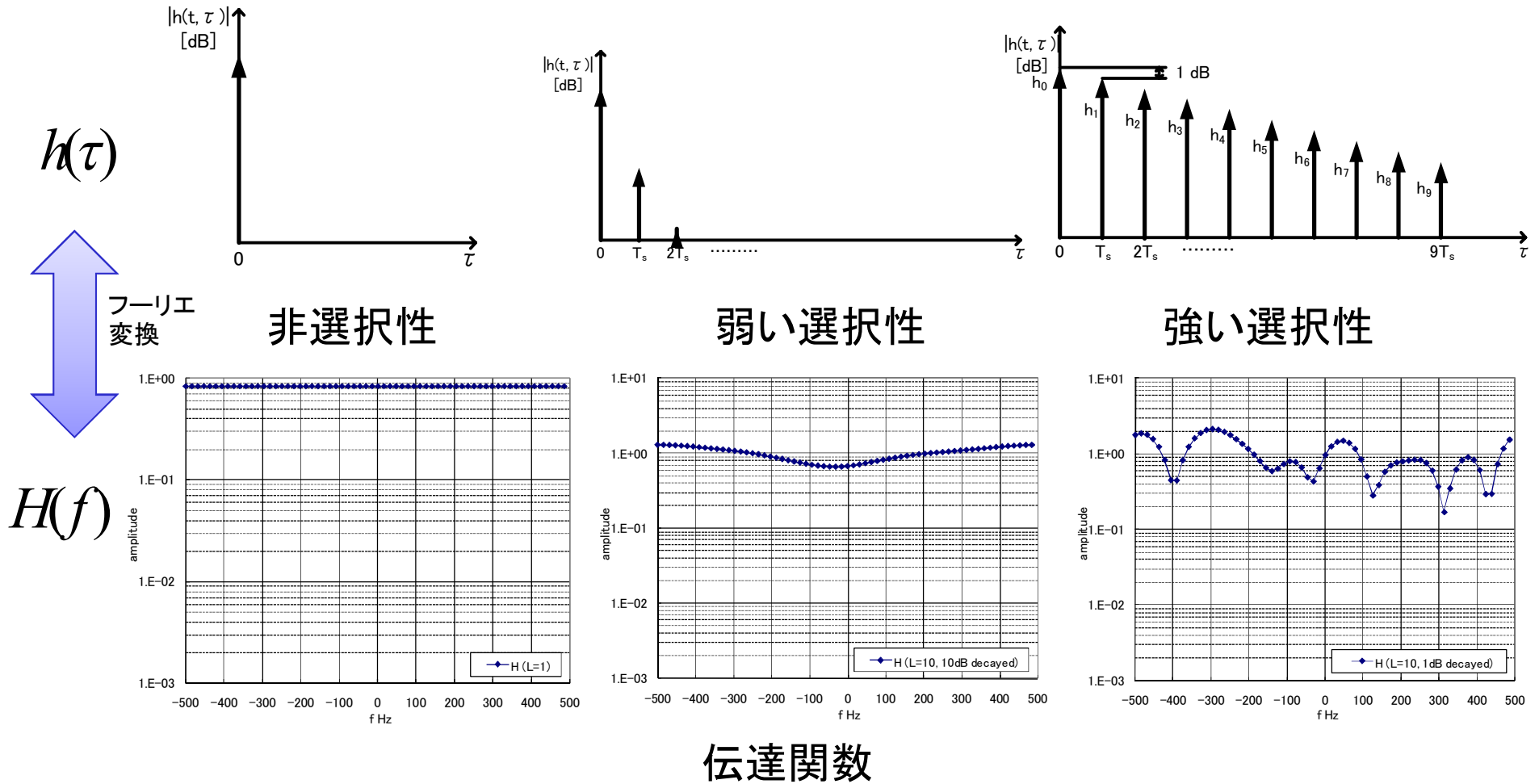
マルチパスの影響が大きくなる



周波数選択性フェージング

# 伝達関数 $H(f)$ の例

## インパルス応答



- 遅延波の影響が大きいほど伝達関数がひずむ 26

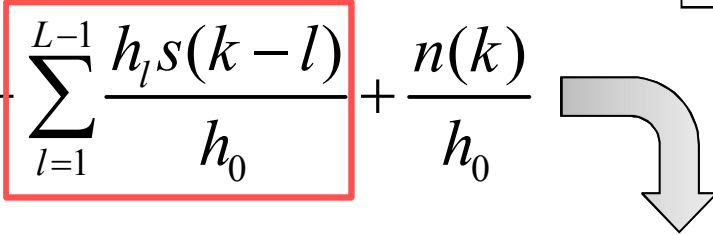
# 周波数選択性フェージングの等化

- 送信側でのパイロットシンボルの挿入と受信側での $H(f)$ の推定
- ここで時間領域での除算による等化を行うと

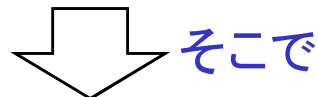
$$r(k) = \sum_{l=0}^{L-1} h_l s(k-l) + n(k)$$

シンボル間干渉

$h_l = \text{一定}$  (時変動しない)  
と仮定していることに注意

$$\hat{r}(k) = \frac{r(k)}{h_0} = s(k) + \sum_{l=1}^{L-1} \frac{h_l s(k-l)}{h_0} + \frac{n(k)}{h_0}$$


- シンボル間干渉が除去できず，特性が大きく劣化してしまう。



- 周波数領域で等化を行う。

# 周波数領域等化 (FDE: frequency domain equalization)

- 受信信号

フーリエ変換を用いることで遅延波の畳み込みを乗算に変え, 除算等化が可能となる

本資料でここが一番大事

$$r(k) = h_0 s(k) + h_1 s(k-1) + \dots + h_{L-1} s(k-L+1) + n(k)$$

$$R(n) = (h_0 + h_1 e^{2\pi n T_s / N} + \dots + h_{L-1} e^{2\pi n (L-1) T_s / N}) S(n) + N(n)$$

$$= H(n) S(n) + N(n)$$

離散  
フーリエ変換

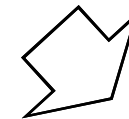
- 周波数領域で除算により等化を行う.

- ZF基準

$$\hat{R}(n) = \frac{R(n)}{H(n)} = S(n) + \frac{N(n)}{H(n)}$$

- MMSE基準

$$\hat{R}(n) = R(n) \frac{H^*(n)}{|H(n)|^2 + \sigma^2 / E[|S(n)|^2]}$$



- 実はOFDMは, 受信側でこれが行えるように予め送信側を工夫して伝送する手法である.

# 目次

- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- 周波数選択性フェージングとは
- **OFDMと周波数領域等化**
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

# OFDM(orthogonal frequency division multiplexing)

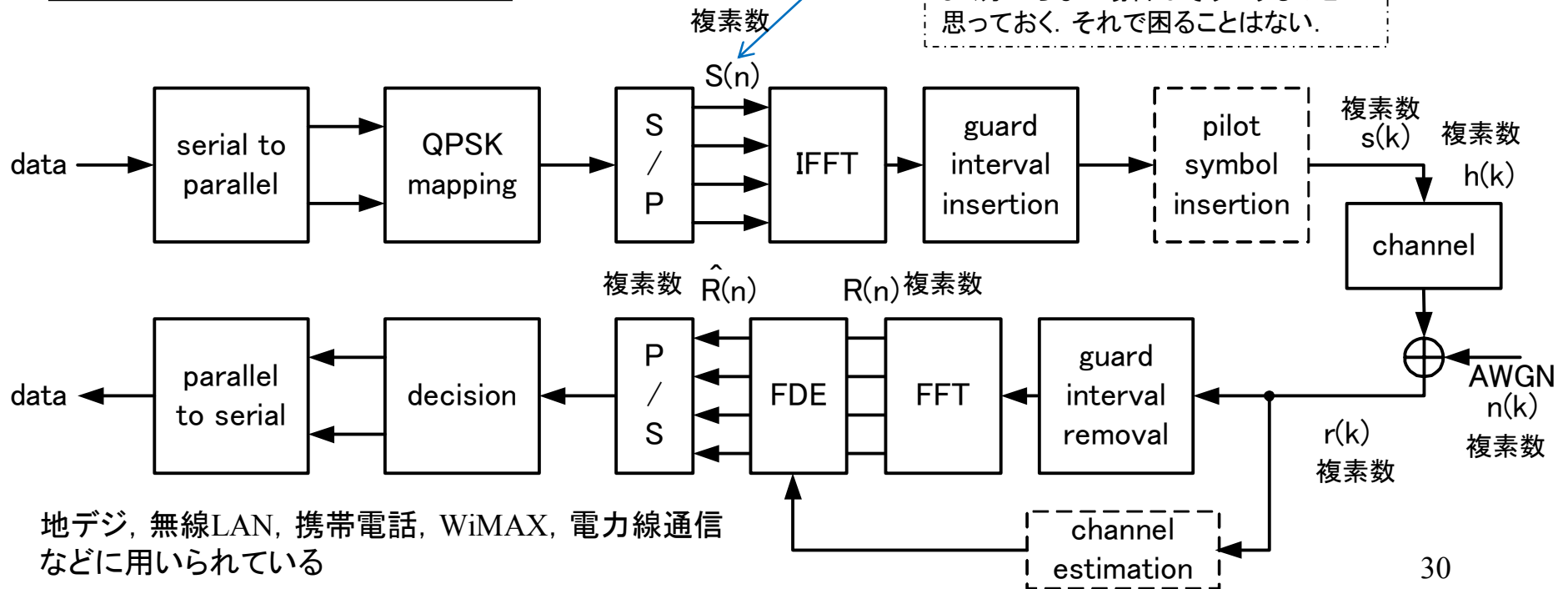
- マルチパスフェージング通信路において、除算等化を行うことができる手法

送信側で予め送信信号を周波数領域に配置し、受信側で周波数領域等化を行えるようにする。

=各サブキャリアに信号を配置する

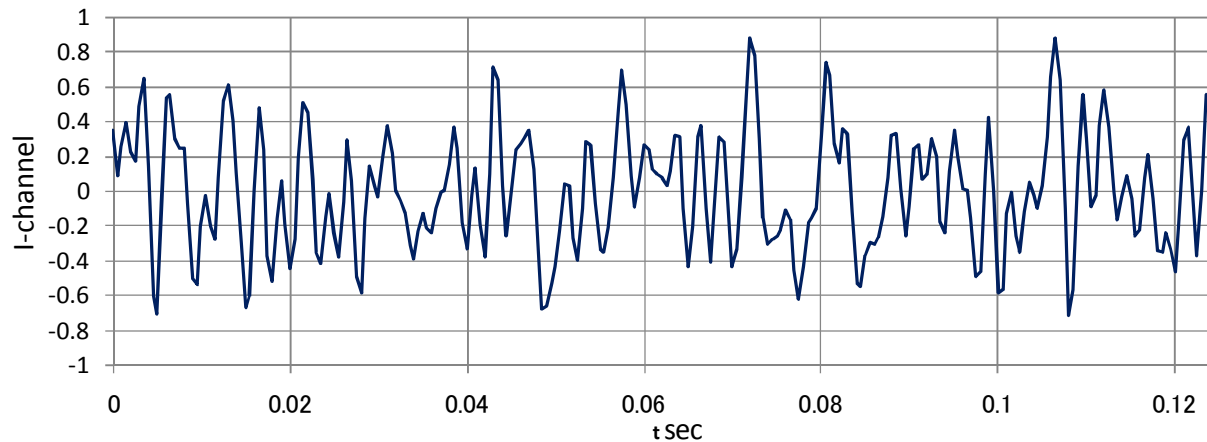
便宜上、この送信信号を周波数領域信号という

ここがややこしいかも知れないので、よく分からない場合はそういうものと思っておく。それで困ることはない。



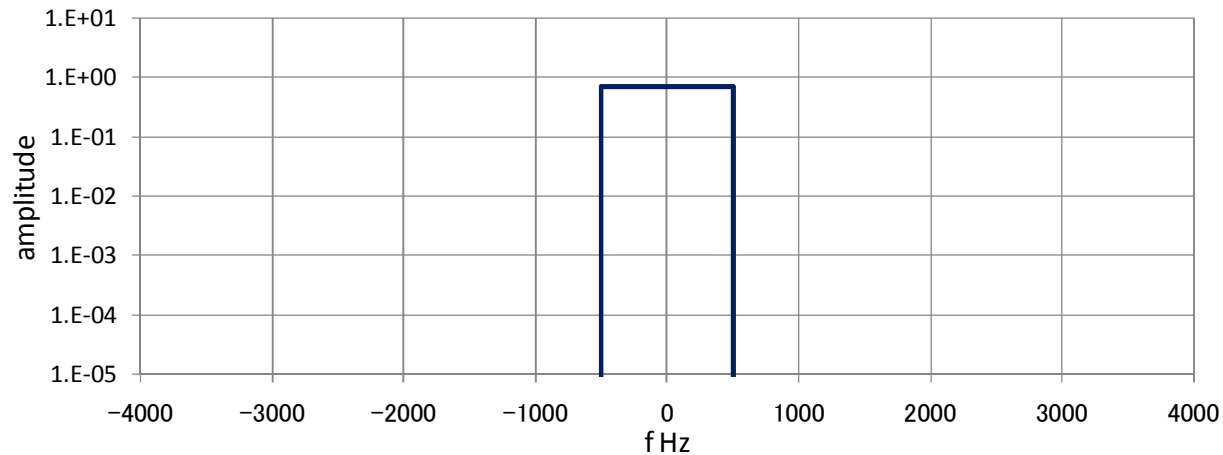
地デジ, 無線LAN, 携帯電話, WiMAX, 電力線通信などに用いられている

# OFDMの時間波形とスペクトル



I軸の時間信号波形

$T_s=0.001$  sec,  
サブキャリア数 $K=64$ ,  
QPSK変調



信号スペクトル

- 雑音状の時間波形,  
矩形状のスペクトル

# OFDMの利点と欠点

- 利点

- マルチパスフェージングが除算により等化できる.
- スペクトルが矩形に近く, 周波数利用効率が低い
- LPFが不要

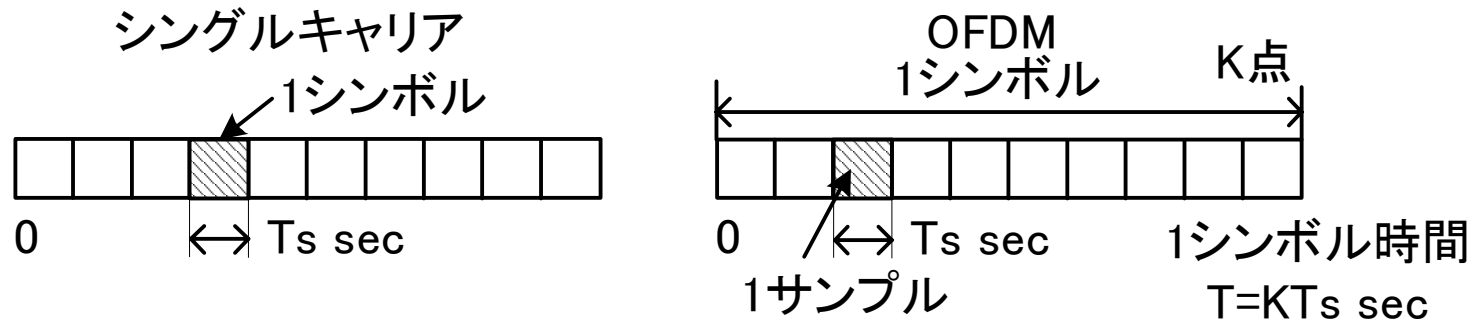
- 欠点

- 時間信号が雑音状のため, PAPR (peak to average power ratio) が高くなる→等価低域系では何の不都合もないが, 実装時の信号増幅器の所要性能を高くしてしまう.
- 周波数軸上にオフセットが生じると特性が大きく劣化する.
- 時間分解能の低下→時間選択性に弱い





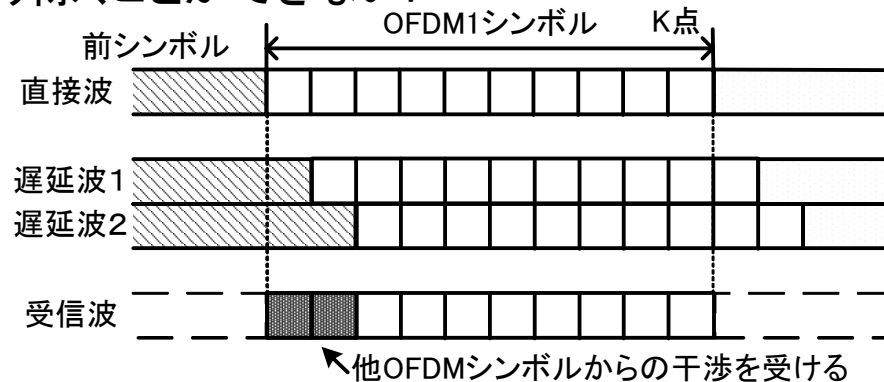
# Tips: OFDMの「1シンボル」



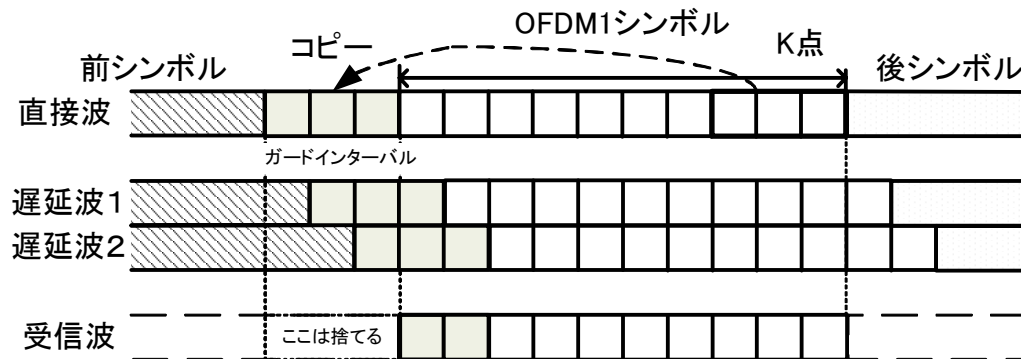
- 「1シンボル」と「1サンプル」の呼称を混同しやすい
- 本資料では
  - シングルキャリア伝送のとき:  $T_s = 1$ シンボル
  - OFDM伝送のとき:  $T_s = 1$ サンプル,  $T = 1$ シンボルと呼ぶ

# ガードインターバル(GI)

- 遅延波の影響は同一OFDMシンボル内では等化により取り除くことができるが、前後のOFDMシンボル間にはシンボル干渉(ISI: inter-symbol interference)として働き、そのままでは取り除くことができない。



- そこでガードインターバル(GI: guard interval)と呼ばれる同一シンボルの一部コピーを挿入し、前後のシンボルに遅延波が受信されないようにする。



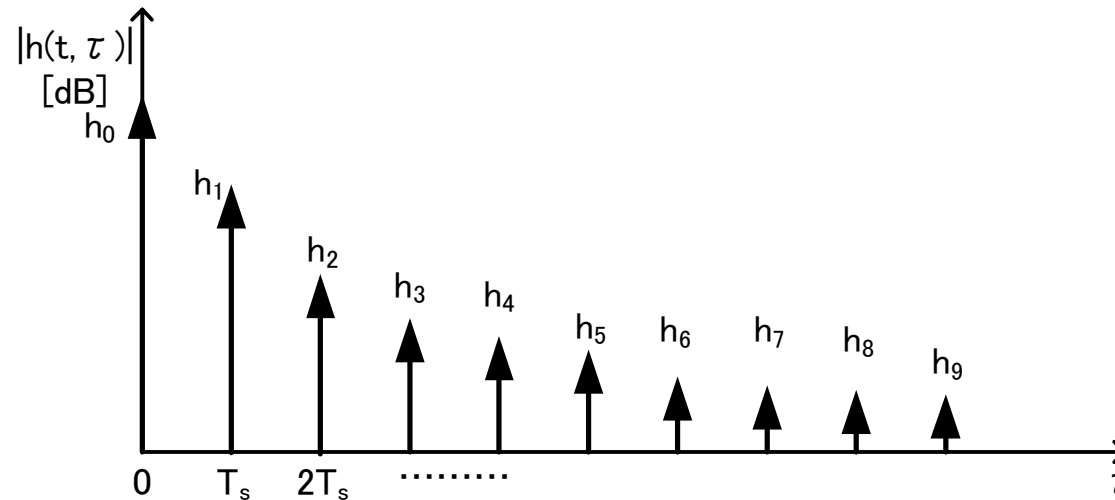
・復調時には初めのコピー分を捨てて後ろの1シンボル分だけ用いる

・GI長が長いと長い遅延時間まで対応できるが、伝送効率が落ちる。

・予めシステムの最大遅延時間を予測しGI長を適切に設定する。

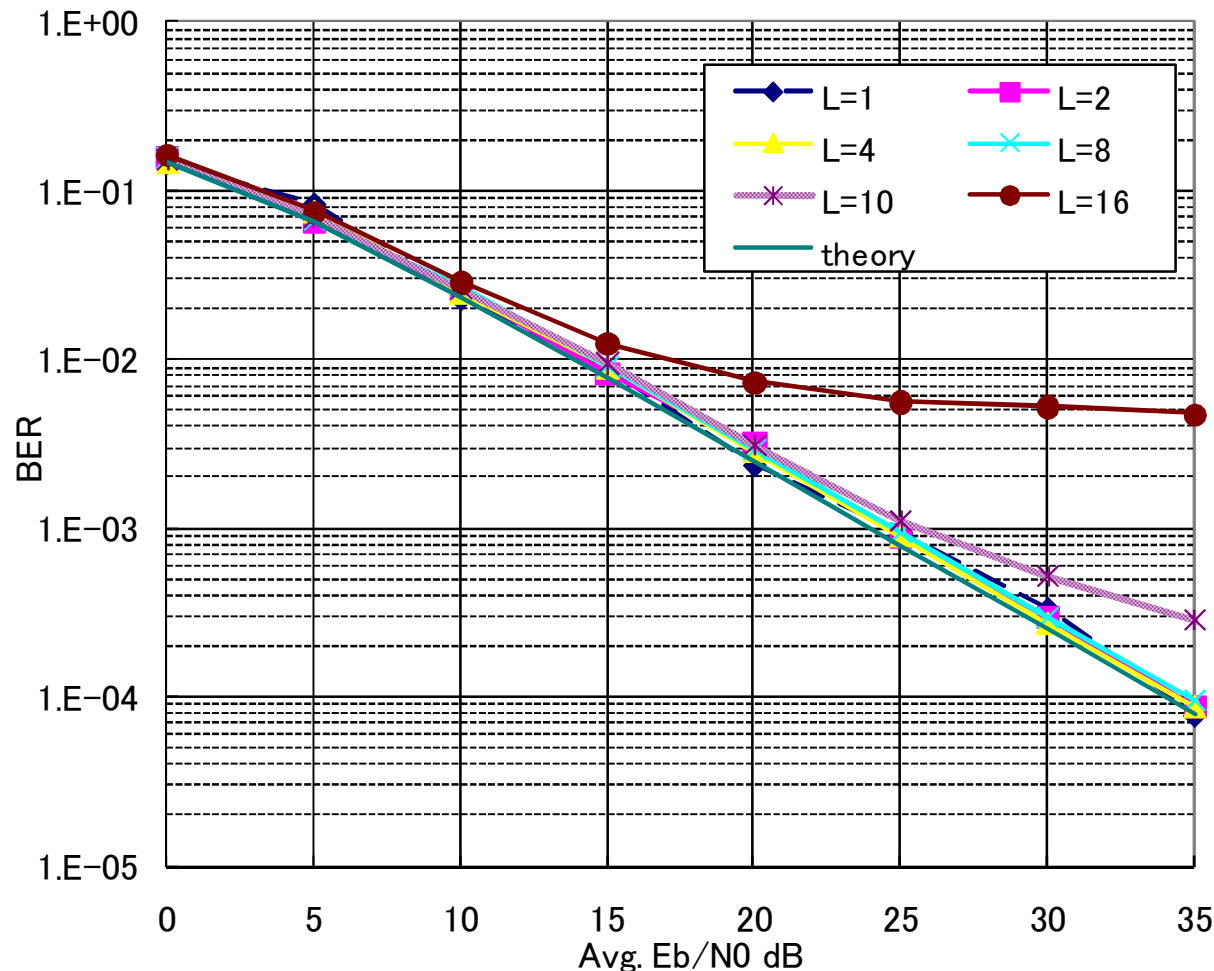
- 応用: 行列で考えた場合は、GIの挿入によりチャネル行列を複素巡回行列にすることができ、これにより正規化フーリエ変換行列により対角化が行え、除算等化が可能となる。

# 準静的マルチパスレイリーフェージングとは



- 少なくとも1 OFDMシンボル区間はフェージングが変化しない→準静的
- 各パスはレイリー分布
- i.i.d (independently and identically distributed) とは
  - 独立同一分布 出てくるものは同一の分布で、かつ独立に生成される、という確率過程の性質
- その場合各パス間の変動は独立
- 携帯電話などの移動通信環境を模擬

# OFDMのビット誤り率 (BER) 特性



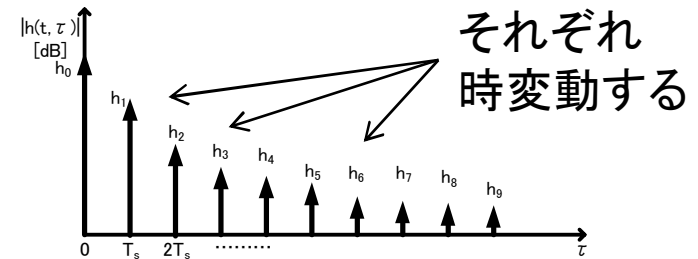
1サンプル時間 $T_s=0.001$  sec,  
 サブキャリア数 $K=64$ ,  
 1シンボル時間 $T=0.064$  sec  
 QPSK変調—OFDM  
 GI長 $=T/8=8T_s$   
 マルチパス数 $L$ , パス間隔 $T_s$   
 ZF基準

GI長が8サンプルであるので、全部で連続9波までのマルチパスに対してISI無しで等化が行えることになる(ややこしいが間違いではない。直接波1波のときはGIは要らない)

- 周波数領域等化により, 周波数選択性フェージングの影響を除算で除去できる

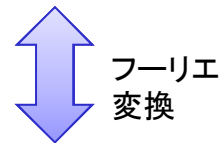
# 動的マルチパスレイリーフェージングとは

- 時間周波数選択性フェージング



- 1 OFDMシンボル内も時間選択性を持つマルチパスフェージング

$$r(k) = h_0(k)s(k) + h_1(k-1)s(k-1) + \dots + h_{L-1}(k-L+1)s(k-L+1) + n(k)$$



$$R(n) = h_0(n) \otimes S(n) + h_1(n) \otimes S(n)e^{j2\pi nT_s/N} + \dots + h_{L-1}(n) \otimes S(n)e^{j2\pi n(L-1)T_s/N} + N(n)$$

p28と比較せよ

- 伝搬路の畳み込みが時間領域でも周波数領域でも外せないため、除算等化を行っても必ず干渉成分が残り、特性は劣化する。

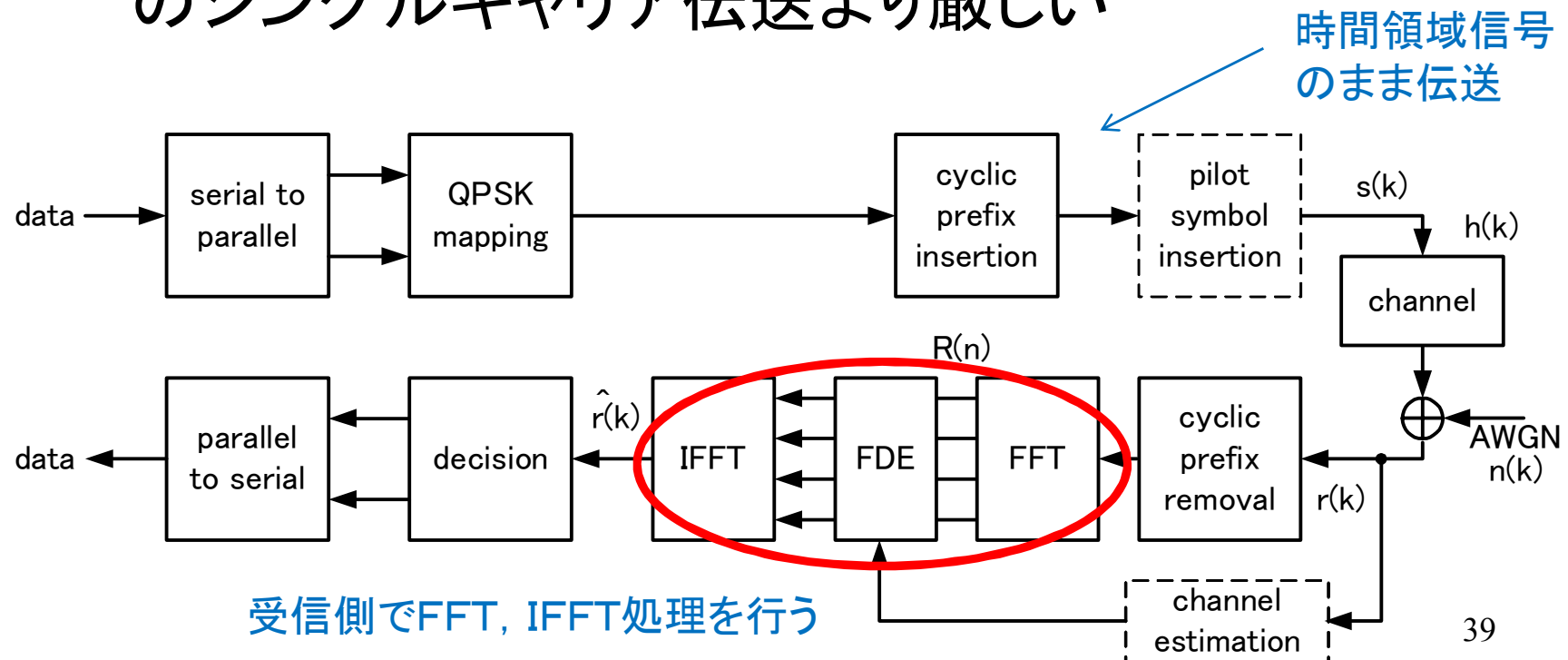
# 目次

- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- 周波数選択性フェージングとは
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

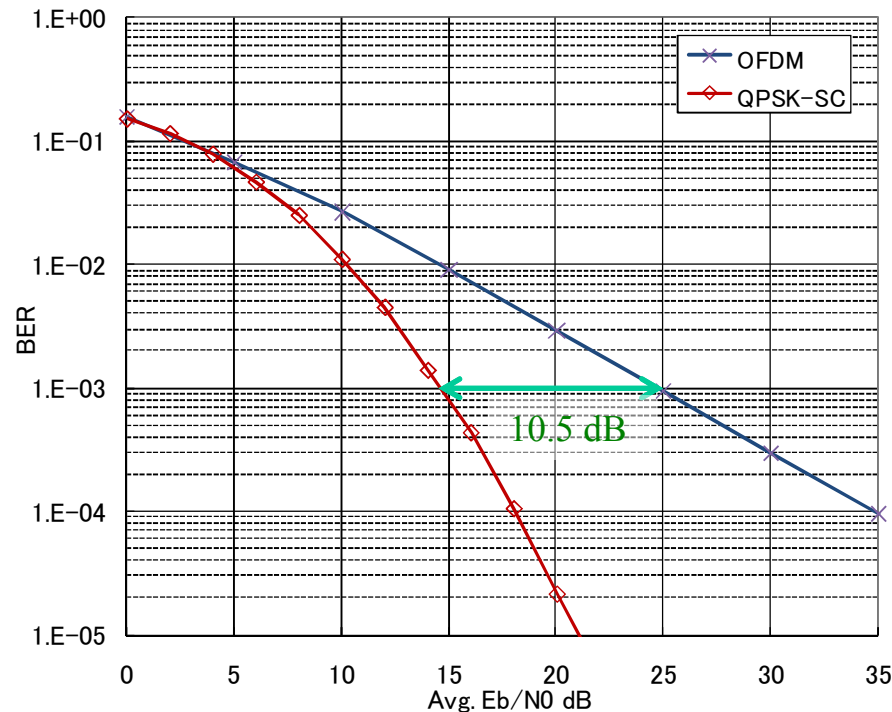
# SC-FDE (single carrier-) とは

- シングルキャリア伝送に対し、送信側でCP (cyclic prefix, 大まかには  $\div$  GI) を挿入し受信側で周波数領域等化を行う手法
- FFTブロック時間の時間非選択性を仮定  $\rightarrow$  通常のシングルキャリア伝送より厳しい

CPの仕組み, 役割はOFDMとほぼ同じ (ISI回避)



# ビット誤り率 (BER) 特性



## OFDM:

1 サンプル時間  $T_s=0.001$  sec,  
サブキャリア数  $K=64$ ,  
1 シンボル時間  $T=0.064$  sec  
QPSK 変調  
ZF 基準

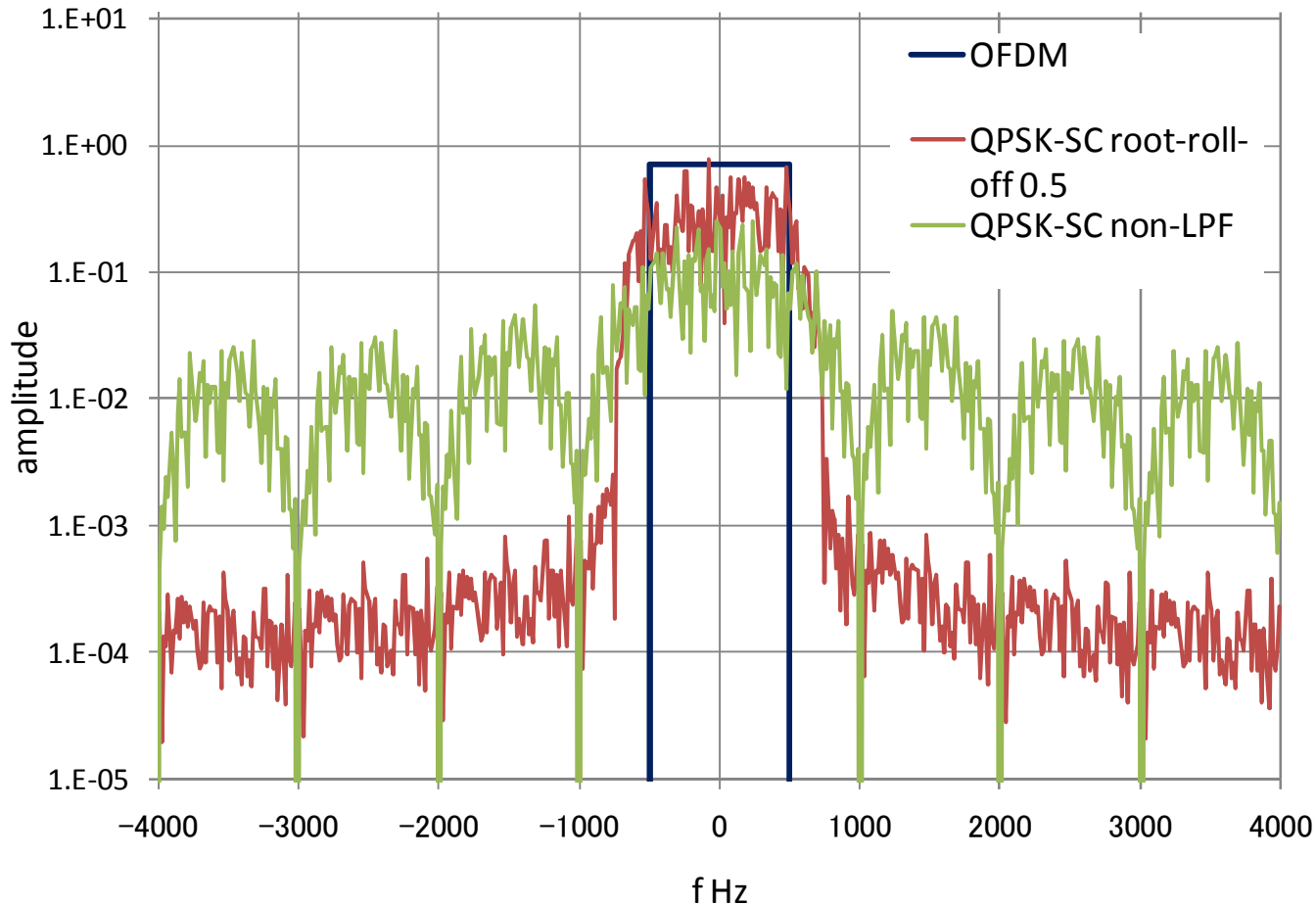
## QPSK-SC:

1 シンボル時間  $T_s=0.001$  sec,  
1 フレームシンボル数  $K=64$   
MMSE 基準

- パスダイバーシチ⇒周波数ダイバーシチ
  - ダイバーシチとは複数の要素を用いて伝送し、選択・合成することで伝送特性を向上させる手法
  - SC-FDEでは1つのデータシンボルを全サブキャリアで伝送するため、マルチパスにより起こる周波数変動を平均化できる。この効果を(パスもしくは)周波数ダイバーシチという。
  - OFDMではサブキャリアは独立にデータを伝送しているため、等化による周波数ダイバーシチ効果は得られない。



# スペクトル特性の比較



## OFDM:

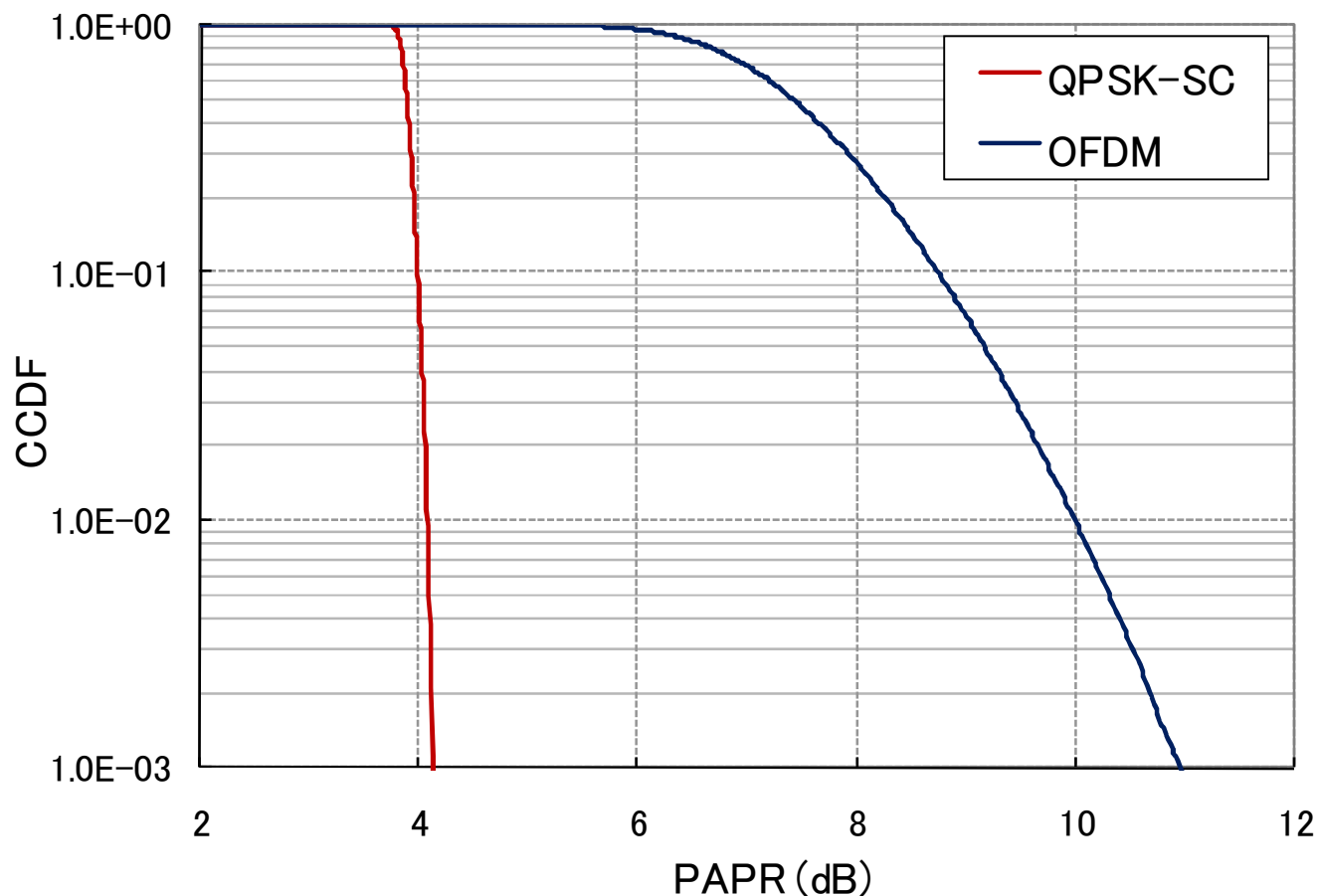
1サンプル時間 $T_s=0.001$  sec,  
サブキャリア数 $K=64$ ,  
1シンボル時間 $T=0.064$  sec  
QPSK変調

## QPSK-SC:

1シンボル時間 $T_s=0.001$  sec,  
1フレームシンボル数 $K=64$

- OFDMの帯域利用効率が低い
- SC-FDEの送信信号スペクトルは(当然ながら)通常のシングルキャリア伝送と同じ

# PAPR (peak to average power ratio) 特性の比較



## OFDM:

1サンプル時間 $T_s=0.001$  sec,  
サブキャリア数 $K=64$ ,  
1シンボル時間 $T=0.064$  sec  
QPSK変調

## QPSK-SC:

1シンボル時間 $T_s=0.001$  sec,  
1フレームシンボル数 $K=64$   
root-Nyquist LPF,  $\alpha=0.5$

CCDF: complementary cumulative  
distribution function  
(相補累積分布関数)

- OFDMは雑音状の時間信号波形であるため、PAPRが高くなる。

# OFDM-FDEとSC-FDEの比較

	周波数ダイバーシチ効果	スペクトル, 帯域利用効率	PAPR	冗長信号	送信側信号処理	受信側信号処理
OFDM-FDE	× 別途周波数方向拡散や通信路符号化処理による有相関化が必要	○ 矩形スペクトル	△ マルチキャリアによる雑音状信号	△ GIが必要	○ IFFT処理	○ FFT処理
SC-FDE	○ 等化の時点で得られる	△ sincスペクトル	○ シングルキャリア	△ CPが必要	◎ そのまま送信	△ FFT, IFFT処理

↑ ↑

これらの理由により, SC-FDEはしばしば信号処理能力が高くない携帯端末の上りリンクなどで用いられる。

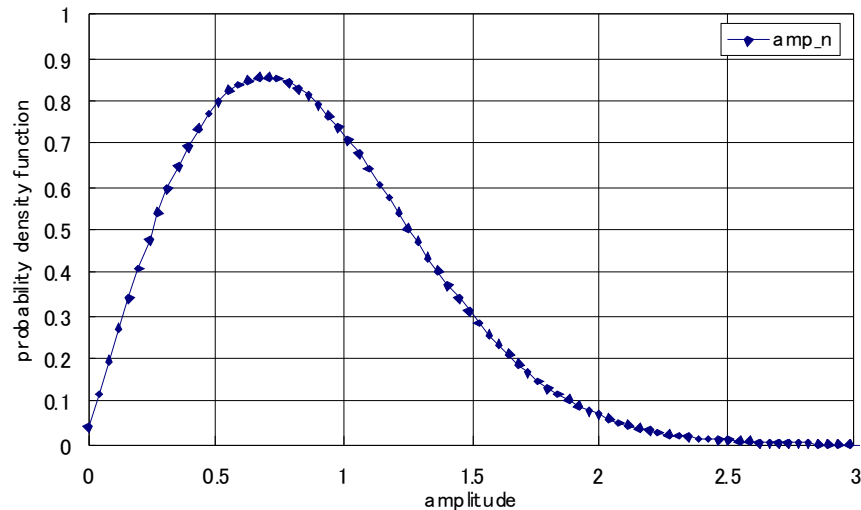
- GI: ISIを防ぐために挿入
- CP: 信号に巡回性を持たせるために挿入

# 目次

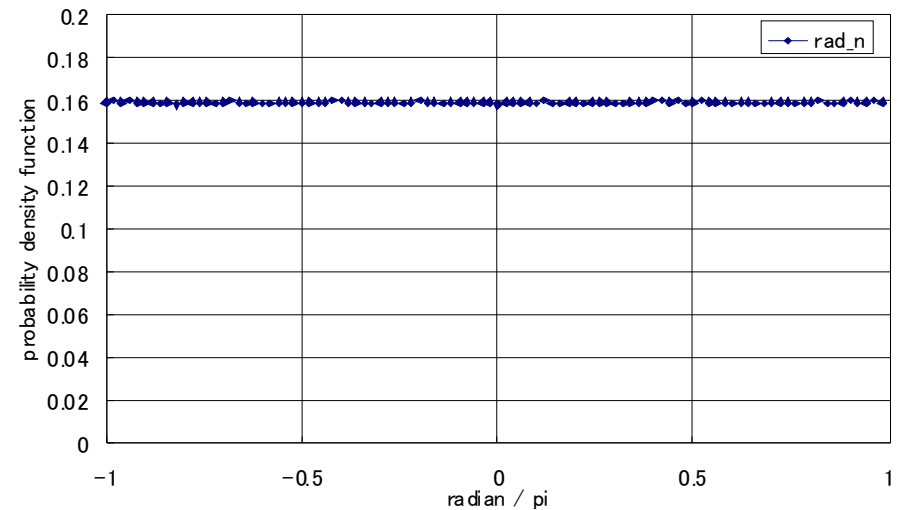
- 背景
- マルチパスにより生じる3つの選択性(場所, 時間, 周波数)とその等価低域系表現
- 時間選択性フェージング, その補償方法
- 周波数選択性フェージングとは
- OFDMと周波数領域等化
- SC-FDE (single carrier-FDE)とは. OFDMとのPAPR比較
- 計算機シミュレーション時の設定例

# 計算機シミュレーション時の注意点1

- よいガウス雑音を作ることがとても大事
  - Box-Muller法など



複素ガウス信号の振幅確率密度関数  
(レイリー分布)

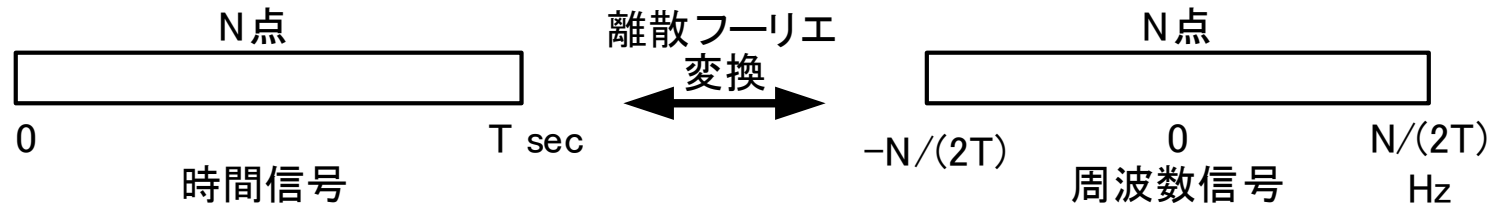


複素ガウス信号の位相確率密度関数  
(一様分布)

- 出現パターンもランダムかどうか確認
- AWGN, フェージングの素

# 計算機シミュレーション時の注意点2

- ナイキスト間隔からのオーバサンプル比とスペクトル範囲の関係



- オーバサンプル比1では計算時間は早くなるが、スペクトル特性は確認できない。
- 伝送シンボル数K, 1シンボル時間 $T_s$ を固定して、オーバサンプル比をsとすると、上図から $N = sK$ ,  $T = KT_s$ となり、周波数範囲は  $-\frac{s}{2T_s} \leq f \leq \frac{s}{2T_s}$  となる。すなわちsに比例する。

# 計算機シミュレーション時の注意点3

- ガウス雑音の分散 $\sigma^2$ と $E_b/N_0$  dBとの関係

$$\frac{C}{N} = \frac{S}{N_{\text{QPSK}}} = \frac{\overline{A^2}}{2\sigma^2} = \frac{k}{B_n T_s} \cdot \frac{E_b}{N_0}$$

- 整合フィルタを用いて, 1シンボル1サンプル時は $B_n T_s = 1$ としてよく,

$$\sigma^2 = \frac{\overline{A^2}}{2k} \cdot 10^{-0.1 \times (E_b / N_0 \text{ dB})}$$

# 復習問題

---

- OFDMの利点と欠点を考えよ.



# 復習問題解答例

- 問: OFDMの利点と欠点を考えよ.
- 利点
  - 周波数選択フェージング成分が除算等化できる.
  - スペクトルが矩形に近く, 周波数利用効率が高い
  - LPFが不要
- 欠点
  - マルチキャリア方式であるため時間信号が雑音状となり, PAPRが高い.
  - 周波数軸上にオフセットが生じると特性が大きく劣化する.
  - 1フレーム間のチャネルの時変動を許容できない.  
つまり時間分解能の低下→時間選択性に弱い

- ご質問等がございましたら  
名古屋工業大学 大学院工学研究科  
岡本英二 [okamoto@nitech.ac.jp](mailto:okamoto@nitech.ac.jp)  
までお願いいたします.